संदर्भ

गणित में पहाड़े रटाना एक दुराग्रह बना हुआ है। बच्चों के लिए बिना समझे पहाड़े रटना बोझिल हो जाता है। इससे गणित के प्रति उनकी रुचि भी खत्म होती है। यह लेख पहाड़े सिखाने के दुराग्रह की वजहों की जांच-पड़ताल करते हुए समझकर सीखने की आवश्यकता को रेखांकित करता है।

पहाड़ सा बोझ पहाड़ों का

रविकांत

लेखक परिचय

तकरीबन 19 वर्षों से प्रारंभिक शिक्षा में शिक्षक शिक्षा, शिक्षण सामग्री, पाठ्यपुस्तक निर्माण, शिक्षाक्रम और अनुवाद के क्षेत्र में कार्य। हाल-फिलहाल विभिन्न संस्थाओं के साथ बतौर शैक्षिक सलाहकार कार्यरत हैं।

हम में से बहुतों ने बचपन में पहाड़े याद न होने की वजह से मार खाई होगी। कइयों ने तो पूरी कक्षा के सामने पहाड़ा पूरा न सुना पाने की जिल्लत भी झेली होगी। कइयों को ऐसे पल भी याद होंगे जब पहाड़े के किसी हिस्से को भूलने या गलत बोल देने पर तड़ाक से हाथ पर डंडा पड़ा हो या कान उमेठे गए हों या गाल लाल किए गए हों। यह जिल्लत तब और भी गहरी हो गई होगी जब ऐसा करने वाले हाथ अपने ही किसी सहपाठी के रहे हों, जिन्हें पहाड़ों को निगलने व उगलने में महारत हासिल हो।

झुके हुए कंधे और चकराए हुए सिर

अब उस वक्त न तो हमारी उम्र और न ही समझ ऐसी होती है कि हम इस बात की वजह समझ पाएं कि पहाड़ से भी भारी इन पहाड़ों का बोझ किसी जिन्न की तरह हमारे कंधों पर क्यों सवार रहता है। लेकिन बड़े होने के बाद अगर संयोग/दुर्योग से हम बच्चों को पढ़ाना शुरू करते हैं, भले ही वह स्कूल में हों या घर में, तब हम इस जिन्न को जाने अनजाने ही अपने कंधों पर से उतार कर बच्चों के कंधों पर लाद देते हैं।

जब कोई शिक्षाधिकारी अपनी कुर्सी के रुतबे में, भरी बैठक में किसी शिक्षक से 13 या 17 का पहाड़ा पूछता है और शिक्षक द्वारा पहाड़े को ठीक से न बोल पाने पर बुरी तरह से फटकारता है, तो हमारे लिए इस जिन्न को समझना जरूरी हो जाता है। इसे समझना इसलिए भी जरूरी है क्योंकि निगरानी बढ़ाकर शिक्षा को सुधारने के सपने देखने के आज के दौर में अपने हवाई दौरों में स्कूलों में शिक्षण की गुणवत्ता को नापने के लिए तमाम छोटे/बड़े कई अधिकारी अक्सर किन्हीं एक-दो बच्चों से पहाड़े सुनने का काम करते हैं और पूरे स्कूल में हो रहे शिक्षण की गुणवत्ता की बानगी लेते हैं।

इसे समझने के लिए अगर आप किसी भी शिक्षक से पूछें कि आप पहाड़ों को रटवाने के पीछे इतना हाथ धोकर क्यों पड़े हुए हैं कि इसे कक्षा एक से ही शुरू करवा देते हैं और कई बार कक्षा 4 या

5 तक करवाते ही रहते हैं। कई स्कूल और शिक्षक तो इसे रोज सुबह की सभा में शामिल कर लेते हैं और जो वहां नहीं कर पाते वे कक्षा में यह काम कर लेते हैं और जो वहां भी नहीं कर पाते वे इसे गृहकार्य के रूप में इसकी जिम्मेदारी अभिभावकों पर डाल देते हैं, जिसे अधिकतर अभिभावक पूरी संजीदगी से अंजाम देते हैं। आमतौर पर शिक्षक पहाड़ों को रटवाने की वजह यह बताते हैं कि बगैर पहाड़ों के गुणा तो हो ही नहीं सकता और जोड़-घटा के बाद गुणा और भाग सिखाना है और गुणा-भाग रोजमर्रा की जिंदगी में अपना कामकाज चलाने के लिए जरूरी है, तो पहाड़ों को तो सिखाना लाजमी है। इसीलिए किसी भी शिक्षक से अगर आप यह पूछ बैठें कि बच्चों को पहले पहाड़े सिखाए जाने चाहिएं या गुणा तो इस बात के लिए तैयार रहें कि दस में से आठ या नौ शिक्षक आपसे यही कहेंगे कि बच्चों को पहले पहाड़े सिखाए जाने चाहिएं।

हमारे समाज में और उसी समाज के एक अहम पुर्जे के तौर पर स्कूलों में या शिक्षक-प्रशिक्षणों में सवाल-जवाब करने की कोई खास परंपरा है नहीं। इन दोनों ही जगहों पर सुनने व सुनाने की परंपरा की जड़ें बहुत गहरी हैं। हमारे यहां उनकी बड़ी इज्जत होती है जो अपने से बड़े/अधिकारी/व्यक्ति की बात को चुप रहकर सुनते या निगलते हों और अपने से छोटे/मातहत को अपनी बात सुनाते हों या उनके सामने अपनी बात उगलते हों। लेकिन अगर आप सवाल-जवाब की परंपरा में थोड़ा बहुत भी यकीन करते हों और इसी वजह से आप अगला सवाल उसी शिक्षक से यह पूछें कि क्या बगैर गुणा किए कोई भी पहाड़ा बन सकता है? या क्या आप बना सकते हैं? ज्यादातर शिक्षक तो यह सवाल सुनकर कंपकंपी महसूस करने लगते हैं और गुणा व पहाड़े के आपसी संबंध के बारे में अपनी मान्यता में पड़ी दरार को भांपकर चुप्पी साध लेते हैं। लेकिन कुछ ऐसे भी होते हैं जिन पर इस जिन्न का साया काफी तगड़ा होता है। सो वे लिखकर या बोलकर बताते हैं कि ये रहा पहाड़ा, 'दो एकम दो', 'दो दूनी चार'..., बताइए इसमें गुणा कहां है? इसे तो सीधा-सीधा याद करना होता है। हमने भी ऐसे ही याद किया था और हमारे पुरखों ने भी, फिर इससे ही गुणा करना सीखा था। आप भौंचक्के रह सकते हैं कि यह तो एकदम सही बात है। कुछ इलाकों में पहाड़ों को बेहद सुरीले अंदाज में गाकर याद करने की परंपराएं भी रही हैं। क्या पता पहाड़ों को गाकर याद करने की परंपराएं इस बोझ को हल्का करने या जिन्न से छुटकारा पा लेने की चाह में ही पैदा हुई हों।

अपनी भाषा में अच्छी कविताएं तो गाकर याद कर लेना फिर भी आसान हुआ करता है, उसमें तुकबंदी होती है, भाषाई खिलवाड़ होता है, कल्पना की खूब गुंजाइश होती है और उसके अर्थ का थोड़ा-बहुत अंदाजा गाने वाले को होता है। लेकिन पहाड़ों को सिखाने के इस मशहूर तरीके में ये सभी संभावनाएं गायब रहती हैं। तो ऐसी क्या बात है पहाड़ों में कि न तो इनका बोझ कम होता है और न ही इस जिन्न का साया दूर होता है।

यह बोझ सिखाने के तरीकों से पैदा होने वाली निरर्थकता का बोझ है, यह खुद न समझ पाने और दूसरों को न समझा पाने से पैदा हुआ है। यह बगैर समझे याद करने का यानी रटने का बोझ है। यह गणित के एक बहुत ही खूबसूरत और ताकतवर पैटर्न को पहचानने और उसे बहुतेरे अंदाजों में जमाए जा सकने को न समझ पाने व और न समझा पाने का बोझ है। बच्चों को हर बार इन्हें सिर्फ याद करना होता है। इसे तोड़ने व गढ़ने के औजार आमतौर पर बच्चों को मुहैया नहीं करवाए जाते। सबसे बड़ी बात तो यह कि बचपन में इसके बोझ तले दबे रहने वाले और अब बच्चों पर इस बोझ के लादने वाले ज्यादातर शिक्षक नहीं जानते कि जिस पहाड़ पर वे बच्चों को रोज चढ़ा-उतार कर परेशान किए रहते हैं हकीकत में वह पहाड़ है ही नहीं।

होना गायब पहाड़ का तर्क की आंच में

अब पीढ़ी दर पीढ़ी जिस पहाड़ को ढुलवाया और ढोया जा रहा हो, उसके बारे में यह कहा जाए कि वह तो पहाड़ है ही नहीं, तो इससे हैरत होना लाजमी है। इस पर काबू पाने का एक आसान-सा तरीका यह हो सकता है कि इसे धैर्य से समझा जाए। जब जरूरत हो उसे गढ़ा जाए और जब मन हो उसे तोड़ा-मरोड़ा जाए। इस तरह की बातों को सुनते ही दो सवाल उठ खड़े होते हैं कि टुकड़े-टुकड़े हो जाने पर यह पहाड़ दोबारा बनेगा कैसे? और इससे भी पहले का सवाल कि पहाड़ का कोई भी टुकड़ा बनेगा कैसे?

आपको सबसे पहले इसके किसी भी टुकड़े को गढ़ने की काबिलियत हासिल करनी होगी। इस बात को किसी एक टुकड़े को लेकर समझा जा सकता है, जैसे कि आपने एक टुकड़ा लिया 3×4=12 तो आपको यह पता होना चाहिए कि इसे पढ़ा जाता है। तीन गुणा चार और इसे आप बोलचाल में तीन गुना चार भी कहते हैं। इसका मतलब यह होता है कि चार का तीन गुना। यानी चार चीजों को अगर आप तीन बार लेंगे तो वे कुल मिलाकर या जिस संख्या के बराबर होंगी, वह संख्या है बारह। यहां पर कहा यह जा रहा है कि पहाड़े के किसी भी टुकड़े का गढ़ने के लिए आपको गुणा का मतलब, उसे चीजों व तस्वीरों की मदद से दर्शाने का तरीका और संख्यांकों व शब्दों में लिखने-पढ़ने का तरीका आना चाहिए। आपको यह भी पता होना चाहिए कि तीन गुणा चार और चार गुणा तीन का गुणनफल तो बराबर होता है लेकिन दोनों का मतलब चीजों व तस्वीरों में अलग-अलग तरह से दर्शाया जाता है और पहाड़े में इसको बोलते हैं तीन चौका बारह यानी चौके का मतलब चार और चार को तीन बार लेते हैं तो वह बारह के बराबर होते हैं। आपको इस बात का भी ध्याान रखना होगा कि किसी एक या दो टुकड़ों को बना लेने से टुकड़ों को गढ़ने की काबिलियत हासिल नहीं हो जाती। इन टुकड़ों को गढ़ने की काबिलियत हासिल करने के लिए अलग-अलग हालातों में अलग-अलग टुकड़ों को गढ़कर देखना पड़ता है।

अब पहाड़ों की एक खूबी यह भी है कि इसका हर टुकड़ा एक दूसरे से एकदम जुदा हो ऐसा है नहीं। इसके हर एक टुकड़े का दूसरे किसी टुकड़े से ताल्लुक है। और यह ताल्लुक बहुतेरे तरीकों से है। जैसे 2×1 का ताल्लुक 3×1 से भी है, 2×2 से भी है, 4×1 से भी है, 3×2 से भी है, 5×4 से भी है... आप थोड़ा-सा भी ध्यान दें तो इसे पहचान सकते हैं। बहुत मुमकिन है कि आप पहले से इसे जानते हों। एक तरीका यह है कि कोई भी दो जोड़े चुनें और उस जोड़े के बीच पाए जाने वाले किसी पैटर्न को पहचान कर उसके अगले जोड़ीदार की तलाश करें। जैसे 2×1 और 3×1 का अगला जोड़ीदार कौन होगा। इसमें ऐसे कई और पैटर्न आप खुद भी खोज सकते हैं और खुद खोजने का संतोष भी हासिल कर सकते हैं। हो सकता है कि आप में यह उत्सुकता भी जाग उठे कि जरा पता तो लगाया जाए कि इसमें कितने पैटर्न हो सकते हैं।

सिर्फ एक टुकड़ा और उस टुकड़े की मदद से दूसरे टुकड़ों को गढ़ने के नियमों को अपने पास रखिए और फिर कमाल देखिए कि आप जब चाहें उस टुकड़े से दूसरे टुकड़े और उन सभी टुकड़ों से पहाड़ों का पहाड़ खड़ा कर सकते हैं। जैसे अगर आपको ''एक एकम एक'' यानी 1×1=1 को गढ़ना, पढ़ना, लिखना व समझना आता है यानी यह आता है कि इसमें तो किसी एक चीज को एक बार लेना होता है या एक का एक गुना करना है और ''एक एकम एक'' का दूसरा टुकड़ा गढ़ने के लिए किसी एक चीज को दो बार या एक का दोगुना लेना होता है। जैसे ''एक दूनी दो'' यानी इस पहाड़े के हर अगले नए टुकड़े के लिए चीज तो एक ही रहेगी लेकिन उसे कितनी बार लेना है उसे एक बढ़ाना पड़ेगा। तो लीजिए इन दो चीजों का समझ कर आप एक के पहाड़े को आसानी से गढ़ सकते हैं। इसमें एक और बात भी आपको याद रखनी पड़ेगी कि इसे ''एक दाया दस'' से ऊंचा बढ़ाया तो जा सकता है लेकिन उसकी जरूरत नहीं है। यह तो हुआ एक पहाड़ा। इससे दूसरे पहाड़े की शुरुआत करना भी बहुत ही आसान है। एक में एक बढ़ाकर दो कर लीजिए और एक के पहाड़े की तरह ही दो का पहाड़ा भी गढ़ लीजिए। अगर आप एक व दो और हद से हद तीन के पहाड़े को गढ़ना सिखाने के साथ-साथ इन नियमों की समझ और इनका इस्तेमाल करना ठीक से सिखा दें तो इन्हें भी और बाकी बचे पहाड़ों को गढ़ना भी चुटकी बजाते ही हो जाने वाले काम में तब्दील हो जाता है।

जब किसी पहाड़ के टुकड़ों के आपसी ताल्लुक इतने गहरे और इतने सारे हों तो उन टुकड़ों को कई तरह से गढ़ा जा सकता है। इस तरह गढ़े हुए पहाड़ पर कहीं से भी चढ़ा या उतरा जा सकता है। आप किसी भी पहाड़े को शुरुआत से भी गढ़ सकते हैं और आखिर से भी और मन चाहे तो बीच में से भी। आप इसे तीलियों की मदद से गढ़ सकते हैं और संख्या रेखा पर कूद-कूद कर भी। आप इसे मन ही मन भी गढ़ सकते हैं और बोल-बोल कर भी। अगर पहाड़ों को गढ़ने का तरीके आपके काबू में आ जाए तो आप इसे आज भी गढ़ सकते हैं और कल परसों भी और बरसों बाद भी।

दिमागी फितूरों से निजात कैसे पाएं

अगर पहाड़ों को खिलौनों की तरह मनचाहे तरीके से गढ़ा व बरता जा सकता है तो कौन-कौन से दिमागी फितूर हैं जो अफसरान, शिक्षा विभाग, अभिभावकों व शिक्षकों आदि पर काबिज रहते हैं। किसी जमाने में जब गणित आम लोगों की जिंदगी में सिर्फ हिसाब-किताब तक ही सिमटी रहती थी और केलकुलेटर जैसे उपकरण मौजूद नहीं थे तब पहाड़े तेज गति से मुंह जबानी गणनाएं करने में काफी मददगार हुआ करते थे। उस समय इंसानों को न सिर्फ एक से बीस तक के बल्कि डेढ़ा, पौना, सवैया, अढ़ैया आदि के पहाड़े भी रटने पड़ते थे। आज रोजमर्रा की जिंदगी में गणना करने में पहाड़ों की अहमियत काफी कम हो गई है। दूसरा है, इस बात पर आंख मूंदकर यकीन करना कि बगैर पहाड़ों के गुणा तो हो ही नहीं सकता और इस मान्यता की जांच-परख की हिम्मत न करना। तीसरा है, बहुत गहरे में जड़ जमाए यह मान्यता कि भाषा हो या विज्ञान या गणित या कला, विषय कोई सा भी हो; न तो उसे सिखाने के तरीकों में कोई फर्क होता है, न ही उस विषय के मिजाज में, न उस विषय की खासियतों में फर्क होता है और न ही उस विषय की बुनावट में। आपको अगर इस बात से हैरत हो रही हो तो जरा याद करिए चित्र सिखाने के मशहूर तरीके- बोर्ड पर बने पेड़, बाल्टी, पहाड़, फूल आदि की नकल उतारने और वर्णमाला की नकल उतारने में फर्क ही कितना है। अगर भाषा में कविता, वर्णमाला आदि को रटकर याद करवाते हैं (हालांकि यह भी कोई काम का तरीका नहीं है) तो गणित की अवधारणाओं जैसे संख्याओं के नामों को, पहाड़ों को कविताओं या वर्णमालाओं की तरह रटवाया जाना चाहिए। और विज्ञान में भी प्रयोगों को या सामाजिक ज्ञान में सामाजिक विश्लेषण को भी इसी तरह से सिखाया जाना चाहिए। ऐसे तरीके जो भाषा तक को देश के हरेक बच्चे को ठीक से लिखना-पढ़ना सिखा पाने में नाकाम साबित हो रहे हैं वे गणित, विज्ञान आदि का कैसे बंटाधार कर रहे हैं, यह अलग से विचार का मुद्दा है।

चौथा, यह समझना कि पुरानी पीढ़ी की जिम्मेरदारी तो ज्ञान बांटने की है, और सीखने वाली नई पीढ़ी की जिम्मेदारी उसे ज्यों का त्यों हजम करने की है। अगर सामने वाला उस ज्ञान को नहीं ले पाता है तो इसके लिए पुरानी पीढ़ी जिम्मेदार नहीं। जबकि आज इस बात को ज्यादा तरजीह दी जाने लगी है कि ज्ञान बांटने व लेने के बजाय हरेक को अपने लिए खुद गढ़ना पड़ता है। हां, यह जरूर है कि दूसरे इंसान जो उस ज्ञान पर कुछ समझ रखते हैं वे उस ज्ञान को गढ़ने में बाकियों की मदद कर सकते हैं। पांचवां है, कि हर बच्चा सीख सकता है और हर बच्चा गणित भी सीख सकता है, इस बात पर यकीन बहुतों को अभी हुआ नहीं है। वैसे भी यह विचार बहुत पुराना अभी भी नहीं हुआ है कि शिक्षक व स्कूल की जिम्मेदारी किसी खास जाति, वर्ग, नस्ल, लिंग या धर्म आदि के बच्चों के बजाय देश व दुनिया के हर बच्चे को सिखाने की है। छठवां है, हममें से ज्यादातर यह मानते हैं कि गणित सिखाने का मकसद हिसाब करने व तेज गति से गणना करने में कुशल होना है न कि गणितीय तौर-तरीकों से सोच-विचार कर पाने की काबिलियत हासिल कर पाना है। इसलिए गणित की कक्षाओं में हम गणितीय तरीके से सोचना-समझना सिखाने के बजाय गणनविधि की प्रक्रियाओं में महारत हासिल करवाने के लिए मशीनी ढंग से अभ्यास दर अभ्यास करवाने पर पिले पड़े रहते हैं। पहाड़ा रटवाना भी गणित के एक खूबसूरत व ताकतवर पैटर्न को मशीनी ढंग से अभ्यास करवाने का ही एक तरीका है।

इस तरह के दिमागी फितूरों की सूची और लंबी की जा सकती है। उन सभी को दुरस्त करने का एक तरीका यह हो सकता है कि इन दिमागी फितूरों की जांच-परख की जाए। इनकी एक खासियत यह होती है कि जांच-परख की आग में ये टिक नहीं पाते। आंख मूंदकर बात को मान लेने के बजाय सवाल करने और उनके जवाबों की तलाश में जुटने से, अपने तौर-तरीकों, अपनी मान्यताओं व अपने जवाबों पर अड़े रहने के बजाय उन पर खुले दिमाग से विचार करने की जरूरत है। अपने तरीकों व अपनी मान्यताओं को दूसरों के साथ साझा करने से, दुनिया में दूसरे इंसान इनके बारे में क्या कर रहे हैं व क्या सोच रहे हैं जानने-समझने की कोशिश करने से इन जिन्नों से मुक्ति मिल सकती है। तब पहाड़े पहाड़ की जगह एक खिलौने में तब्दील हो जाते हैं, जिनसे आप खेल भी सकते हैं और जिन्हें बना भी सकते हैं, तोड़ भी सकते हैं और जोड़ भी सकते हैं और भी बहुत कुछ कर सकते हैं। ◆