

गणित शिक्षण भाग-I

संख्या संबंधी केन्द्रीय विचार

रविकांत

संख्याएं सिखाने को हमारे यहां आम तौर पर गिनती सिखाना कहा जाता है। इसका आम तौर पर यह मतलब लिया जाता है कि गिनती बोलना व उसे अंकों में पढ़ना व लिखना सिखा दिया जाए और दो अंकीय व उससे बड़ी वाली गिनती को अंकों की मदद से बनाने की तरकीबें सिखा दी जाएं। इसी वजह से एक पे एक ग्यारह, एक पे दो बारह के तरीके से संख्याओं को अंकों में बनाने का तरीका सिखाया जाता रहा है और इससे पैदा होने वाली समस्याओं से दशकों से साल-दर-साल जूझा जाता रहा है। जैसे, कई दिनों तक गिनती को रटने के बाद भी कई बच्चे चौवन लिखने के लिए कहने पर इस उलझन में पड़ जाते हैं कि पांच पे चार लिखा जाए या चार पे पांच लिखा जाए। कुछ बच्चे जल्दी ही इस उलझन से उबर जाते हैं और कुछ को उबरने में काफी वक़्त लग जाता है। इसी तरह की कई दूसरे किस्म की मुश्किलें लगातार पैदा होती रहती हैं, जिनका कोई तसल्लीबख़्श जवाब अध्यापक के पास इसके अलावा कुछ नहीं होता कि धीरे-धीरे बच्चे मुश्किलों से पार पाना सीख जाएंगे या गिनती पढ़ना-लिखना न सीख पाने का जिम्मेदार बच्चा व उसका समाज है। हम गिनती की बुनावट संबंधी खुद की समझ और उसे सिखाने के तरीकों की आम तौर पर यह सोच कर छानबीन नहीं करते कि इस तरीके से हमने और हमारे पुरखों और उनके भी पुरखों ने, ...भी तो सीखा है, तो इससे जुड़ी हमारी समझ व सिखाने के पारंपरिक तरीकों में तो कोई खोट हो ही नहीं सकता। इसी वजह से हमारे यहां पर गिनती के मतलब और लिखित गिनती के बनने के तर्क पर व्यवस्थित तरीके से काम भी नहीं किया जाता है।

पारंपरिक तौर पर हमारे यहां गिनती में तीन चीजें सिखाई जाती हैं।

- गिनती बोलना
- गिनती पढ़ना व
- गिनती लिखना।

इसमें भी आम तौर पर गिनती को पढ़ने व बोलने का काम दो तरह से करवाया जाता है। किसी एक बच्चे को खड़ा करके गिनती बुलवाना व बाकी कक्षा द्वारा उस गिनती को दोहराना। गिनती चार्ट की मदद से गिनती को पढ़ना व बोलना। इसी तरह गिनती को लिखने के काम में चार्ट या किताब देख कर गिनती की नकल करने का काम भी कक्षाओं के रोजमर्रा के कामकाज का जरूरी हिस्सा होता है।

यह बात सही है कि ये तीनों चीजें भी संख्या की अवधारणा का हिस्सा होती है। गिनती बोलना सिखाते वक़्त हम संख्याओं के नाम बोलना सिखाते हैं, जैसे एक, दो, तीन, दस, बीस, तीस, पचास, ...आदि। इसी तरह गिनती को पढ़ना व लिखना सिखाते वक़्त हम उन संख्याओं को अंकों में पढ़ना व लिखना सिखाते हैं। हमारी ज्यादातर शुरुआती कक्षाओं, चाहे वे प्राथमिक की हों या पूर्व प्राथमिक की हों, उनमें नियमित होने वाले कामों में गिनती बोलना व गिनती पढ़ना-लिखना शामिल होता है। अपनी ताकत व वक़्त का ज्यादातर

हिस्सा उपरोक्त तीनों चीजों पर लगाने से दो बड़ी ही अहम चीजें हमारी निगाहों से ओझल ही रहती हैं। उनमें से पहली है, गिनती का मतलब। चूंकि हमारा पूरा जोर गिनती यानी संख्या के नामों को बोलने व पढ़ाने-लिखाने पर पर लगा रहता है, तो हम गिनती के मतलब पर बहुत ही कम ध्यान देते हैं। अगर ध्यान देते भी हैं तो शुरुआती संख्याओं में दस तक थोड़ा बहुत ध्यान देकर छोड़ देते हैं, उसके बाद हम इस पर खास काम करने की जरूरत नहीं समझते। अगर किताबों में गिनती के मतलब को लेकर कोई काम दिया हुआ हो तो भी हम उसे नजरअंदाज ही कर देते हैं। दूसरा है, गिनती को अंकों में बनाने के नियम कायदे बनाना व उनका इस्तेमाल करना सिखाना। गिनती का मतलब सिखाना और गिनती के अंकों में बनने के नियम कायदे बनाना व इस्तेमाल करना सिखाना हमारे रोजमर्रा के कामकाज का हिस्सा नहीं होता नतीजन जब भी बच्चों के सामने कोई संख्या आती है तो उसे बनाने के बजाय वे अपनी रटी हुई गिनती की समझ पर भरोसा करने के लिए मजबूर होते हैं और बहुत वक्त तक पैतालीस लिखने के लिए इकतालीस से लेकर पैतालीस तक पढ़ या लिख कर पैतालीस तक पहुंचते हैं।

गिनती के मतलब को समझने के लिए उपरोक्त तीन कामों के साथ व उससे पहले संख्या संबंधी कुछ दूसरे केन्द्रीय विचारों पर काम करना जरूरी है, जिनमें से पहला व सबसे अहम है, मात्रा। यानी किस गिनती का मतलब क्या है। अगर हम पांच बोलते हैं तो पांच का मतलब क्या होता है। मात्रा को गिनती यानी संख्या के नामों के साथ जोड़े बगैर किसी संख्या का मतलब समझना नामुमकिन सा है। अगर आपको यकीन न आए तो नीचे जापानी भाषा में कुछ संख्याओं के नाम लिखे हैं, जरा उनका मतलब तो बूझ कर देखिए। जानबूझ कर ये नाम क्रम से नहीं लिखे गए हैं।

कू, हाशी, शीची, सेन, जू, गो, नी, ईची, शी, रोकू

आपको यह भी समझ में नहीं आया होगा कि ये किन संख्याओं के नाम हैं। अगर आप अपने यहां होने वाली दावत के लिए शीची कढ़ू लाना चाहें तो आपको पता ही नहीं चलेगा कि आपको कितने कढ़ू लाने हैं?

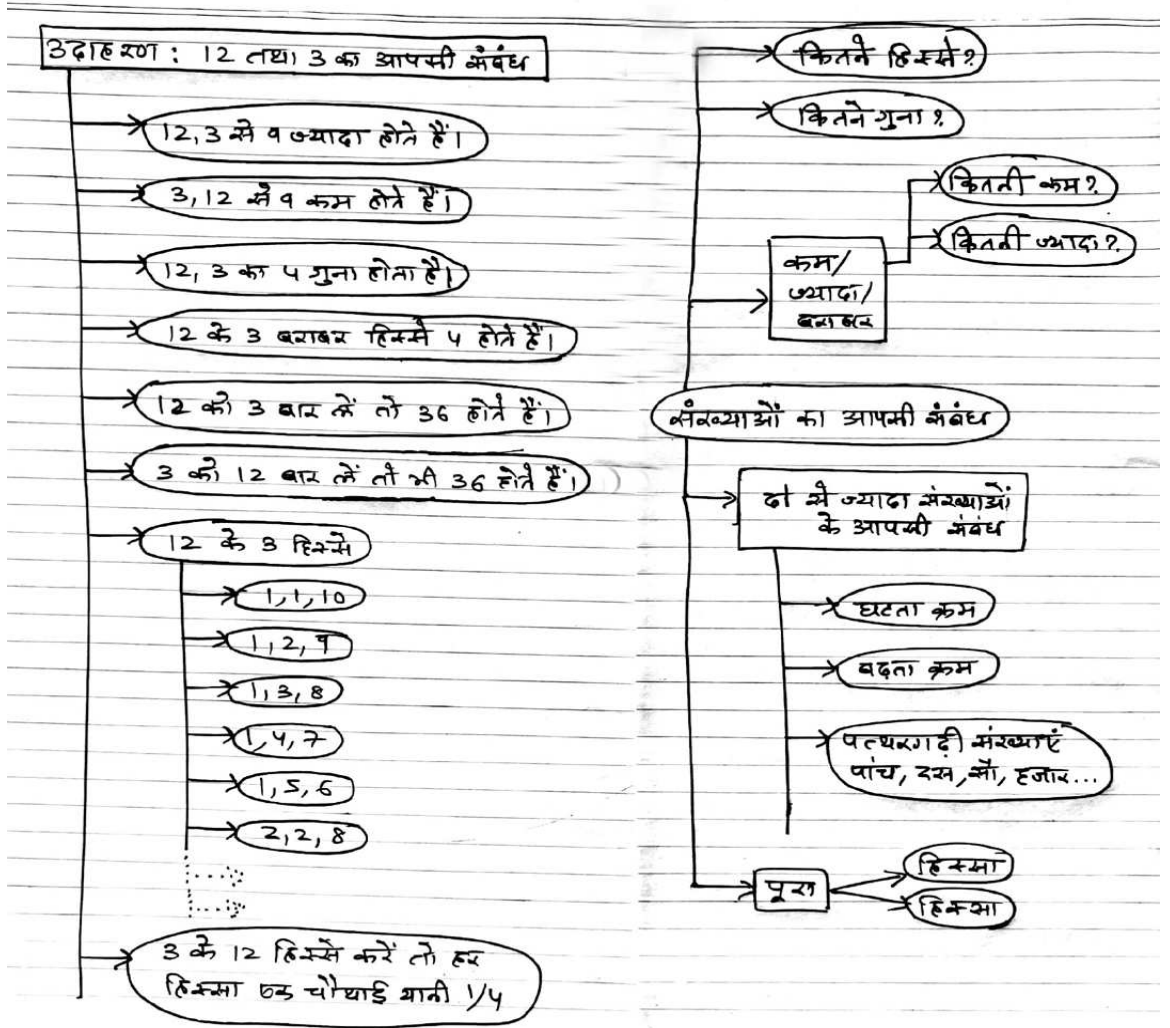
अब नीचे दी गई इस सारणी में देखिए। आप इन नामों से अनजान होने के बावजूद यह समझ जाएंगे कि किस नाम की संख्या का क्या मतलब है। और यह भी बता पाएंगे कि दावत के लिए कितने कढ़ूओं की जरूरत पड़ने वाली है।

यानी बगैर मात्रा के किसी संख्या का मतलब बूझ पाना नामुमकिन-सा है। इसलिए संख्या के मतलब को समझने के लिए मात्रा की समझ भी विकसित करना बेहद जरूरी है। जिसके लिए सामग्री की मदद से काम करना व बच्चों के लिए पर्याप्त सामग्री की व्यवस्था करना भी बेहद जरूरी है लेकिन इसको हमारा शैक्षिक तंत्र हाथ से काम को करने के प्रति अपने भीतर बसी गहरी नफरत के चलते कक्षा से कोसों दूर रखता है।

आप किसी तरह से सामग्री की मदद से मात्रा पर काम करने को अपनी कक्षा में शामिल कर भी लें तो एक और सवाल यह उठता है कि क्या सिर्फ संख्या से जुड़ी मात्रा की समझ विकसित कर देने भर से संख्या की समझ पूरी तरह से विकसित हो जाएगी? आपका ध्यान इस बात पर शायद ही गया हो कि अभी तक संख्या के नामों व उससे जुड़ी मात्रा के बारे में बात की गई है लेकिन हम ये भी जानते हैं कि हर संख्या का किसी दूसरी संख्या से किसी न किसी तरह का संबंध होता है। और बिना संख्या के आपसी संबंधों को समझे, संख्याओं को ठीक से समझना मुमकिन नहीं है। तो संख्या से जुड़ा दूसरा अहम केन्द्रीय विचार है, संख्याओं का आपसी संबंध। फिर से संख्याओं के इस आपसी संबंध के मतलब की समझ का विकास भी संख्याओं से जुड़ी मात्राओं की समझ पर काम करने से ही ठीक से बन पाता है। दरअसल यह एक विचार न होकर कई विचारों की एक पोटली है। इसमें दो संख्याओं का आपसी संबंध भी शामिल होता है तो दो से ज्यादा संख्याओं का आपसी संबंध भी शामिल होता है। जैसे, दो संख्याओं में से कौनसी छोटी है व कौनसी बड़ी, या किन्हीं पांच

मात्रा	संख्या
	ईची
	नी
	सेन
	शी
	गो
	रोकू
	शीची
	हाशी
	कू
	जू

संख्याओं को बढ़ते क्रम या घटते क्रम में किस तरह से जमाया जा सकता है। इसमें पत्थरगढ़ी संख्याएं, जैसे पांच, दस, सौ, हजार आदि भी शामिल होती हैं, जिनका उन संख्याओं के आस-पास की पांच, दस या सौ संख्याओं के साथ संबंध जानना, उन संख्याओं को बेहतर ढंग से समझने में मददगार होता है। इसी में सक्रियाएं भी शामिल होती हैं जो बहुत ही जल्द इतनी बड़ी अवधारणा बन जाती है कि उस पर अलग से काम करने की जरूरत पड़ती है। जैसे बारह व तीन का संबंध कई तरह से हो सकता है। बारह, तीन से नौ ज्यादा है; तीन, बारह से नौ कम है; बारह, तीन का चार गुना है; तीन का चार गुना बारह है; बारह में तीन मिला दें तो पंद्रह हो जाते हैं; बारह के तीन हिस्से करें तो कई तरह से हो सकते हैं एक, एक, दस; दो, एक, नौ... ; बारह के तीन बराबर हिस्से करें तो हरेक हिस्से में चार-चार मिलते हैं; और बारह से तीन-तीन करके निकालते जाएं तो चार बार तीन निकाले जा सकते हैं; बारह को तीन बार लें तो छत्तीस हो जाते हैं; और तीन को बारह बार लें तो भी छत्तीस ही मिलते हैं। आखिर के दो उदाहरणों में आपका ध्यान इस बात की तरफ भी गया होगा कि इसमें बारह संख्या का तीन बार के साथ संबंध है, सिर्फ तीन के साथ नहीं। यानी यह संबंध पिछले सभी संबंधों से थोड़ा ज्यादा पेचीदा किस्म का है, जिसे गणित में गुणात्मक संबंध कहते हैं। यानी हम देख सकते हैं कि संख्याओं के आपसी संबंधों की गहरी समझ को विकसित किए बगैर, संख्या की अवधारणा को पूरी तरह से विकसित हुआ नहीं माना जा सकता है। यह संबंध कितना पेचीदा हो सकता है इसकी एक झलक आप साथ में दिए गए चार्ट में देख सकते हैं।



यानी गिनती की समझ को गहरा व पुख्ता करने के लिए उससे जुड़ी मात्रा व संख्याओं के आपसी संबंधों पर काम किया जाना बेहद जरूरी है क्योंकि हर गिनती अलग से संख्या भी है और उसका दूसरी संख्याओं के साथ किसी न किसी तरह का संबंध भी है। तो हमारे सामने यह सवाल आता है कि इससे जुड़ी मात्रा व संख्याओं के आपसी संबंधों से जुड़ी समझ को किस तरह से विकसित व प्रस्तुत किया जाए। यानी संख्याओं से जुड़ा तीसरा केन्द्रीय विचार है, संख्या संबंधी अवधारणाओं के प्रस्तुतीकरण का।

यह प्रस्तुतीकरण तीन स्तरों पर किया जा सकता है। इसका शुरुआती व पहला स्तर है संख्या को किसी ठोस चीज या सामग्री की मदद से दर्शाना। जैसे, पांच के मतलब को दर्शाने के लिए पांच कंकर या पांच पत्ती उठा कर दिखाना। जैसे-जैसे अवधारणाएं आगे बढ़ती हैं तब हर अवधारणा का ठोस चीजों से प्रस्तुतीकरण मुमकिन व व्यवहारिक नहीं होता। जैसे, दस, बीस, पचास, ...सौ आदि तक तो चीजों की मदद से संख्याओं को दर्शाया जा सकता है लेकिन जैसे-जैसे संख्याएं बढ़ती हैं, उन्हें चीजों से दर्शाना अव्यवहारिक होता जाता है। इसी तरह गणित में हर संख्या के लिए नया अंक लेते जाते जो उसे याद रखना व उसकी मदद से संख्या को दर्शाना काफी अव्यवहारिक होता। इस मुश्किल से पार पाने के लिए गणित में चीजों का समूहीकरण करके बहुत जल्द संख्याओं को दोपरती या बहुपरती बना दिया जाता है। ऐसी सबसे पहली अवधारणा दस की होती है जिसमें एक परत दस इकाइयों की होती है तो दूसरी परत एक दहाई की होती है। यानी दस की अवधारणा में दस इकाइयां भी होती है और एक दहाई भी। और इसमें तीसरी परत होती है शून्य की, जिसका इस्तेमाल संख्या को अंकों में लिखते वक्त किया जाता है। मौखिक संख्या में उसकी जरूरत नहीं पड़ती।

इसलिए पहले स्तर के साथ-साथ दूसरे स्तर पर भी काम करने की जरूरत होती है, जिसमें अवधारणा का चित्रात्मक प्रस्तुतीकरण किया जाता है। यह काम में ली गई ठोस चीजों के चित्र बना कर भी किया जा सकता है और मन से चीजों को चुन कर उनके चित्र बना कर भी किया जा सकता है। ठोस चीजों की तरह ही अवधारणाओं के और आगे बढ़ने पर उनका चित्रात्मक प्रस्तुतीकरण भी मुमकिन नहीं हो पाता, इसलिए हमें पहले दोनों स्तरों के साथ ही साथ प्रस्तुतीकरण के तीसरे स्तर की तरफ भी बढ़ने की जरूरत होती है जिसमें अवधारणाओं का गणितीय निरूपण किया जाता है, यानी गिनती को गणितीय निशानों के जरिए, मतलब अंकों के जरिए दर्शाया जाता है। हमारे यहां गणित पर किए जाने वाले कामकाज में मोटे तौर पर पहले दोनों स्तर के प्रस्तुतीकरण ज्यादातर गायब ही रहते हैं और हर कदम पर बिना मतलब की समझ बनाए, तीसरे स्तर के गणितीय निरूपण की भरमार दिखलाई पड़ती है। संख्या की अवधारणाओं के प्रस्तुतीकरण पर काम करने की भी ढेर सारी पेचीदगियां हैं जो आगे संख्याओं पर विस्तार से काम करते वक्त हमें दिखलाई देंगी।

हम यह कह सकते हैं कि संख्याओं से जुड़े चार केन्द्रीय विचार हैं, जिनमें से अभी ज्यादातर एक या डेढ़ विचार पर काम किया जाता है। संख्या की गहरी समझ गिनने के विविध पहलुओं पर काम करने से बनेगी और इसकी व्यापक समझ संख्याओं के आपसी संबंधों पर काम करने से बनेगी। इन दोनों के मेल से बनी संख्या की समझ गहरी व व्यापक होने की वजह से पुख्ता भी होगी। ♦

लेखक परिचय: करीब 23 वर्षों से प्रारंभिक शिक्षा में शिक्षक शिक्षा, शिक्षण सामग्री एवं पाठ्यपुस्तक निर्माण, शिक्षाक्रम और अनुवाद के क्षेत्र में कार्य। हाल-फिलहाल विभिन्न संस्थाओं के साथ बतौर शैक्षिक सलाहकार कार्यरत हैं।

संपर्क : 9414057424; ravikaant@gmail.com