

## गणित शिक्षण भाग-II

### दस का दम (गिनने में)

#### रविकांत

**ह**म जानते हैं कि आम तौर पर गिनती में दो ही चीजें शामिल होती हैं, संख्या का नाम और अंकों में लिखी संख्या। अगर हम गिनती को भी सिर्फ गिनने के मतलब के साथ सिखाना चाहें तो उसमें दो और चीजों को शामिल करने की जरूरत पड़ती है मात्रा तथा संख्याओं का आपसी संबंध। इन दोनों को मिलाने पर हमारे पास कुल चार चीजें हो जाती हैं। हम जानते हैं कि हिंदी में नौ से आगे की गिनती के नाम भी नए हैं यानी हर नई संख्या का नया नाम रखा जाता है। इसका मतलब यह है कि आगे की संख्याओं में 1 से 9 या 10 की तरह ही गिनना और गिनती के नए नाम सिखाने की भी जरूरत पड़ती है। यानी दस व उससे आगे की संख्याएं सिखाने में हमें संख्याओं के नए नाम लगातार सिखाने की जरूरत पड़ती है क्योंकि हर भाषा में संख्याओं के पहले से तयशुदा नाम होते हैं, जिन्हें उस भाषा वाले काम में लेते हैं।

अब यहां पर एक सवाल यह उठाया जा सकता है कि क्या 9 या 10 से आगे का गिनना उसी तरह से सिखाया जाना चाहिए जिस तरह से 10 तक गिनना सिखाया गया था। अगर हमें सिर्फ गिनना ही सिखाना होता तो इस बात पर ज्यादा सोच-विचार करने की जरूरत ही नहीं पड़ती। हम यहां पर भी एक से नौ तक की संख्याओं की तरह से गिनना सिखा सकते थे। लेकिन हम तो गिनने के साथ-साथ 20 तक की संख्याओं को पढ़ना-लिखना भी सिखाना चाहते हैं। इसी तरह अगर हम गिनती को अंकों में पढ़ना-लिखना रटवाना चाहते तो भी हमें गिनने के बारे में सोचने की जरूरत नहीं पड़ती। लेकिन अगर हम चाहते हैं कि बच्चे गिनना यानी मात्रा को तो समझें ही, और इसके साथ ही गिनने यानी मात्रा की समझ से जोड़ कर संख्याओं को अंकों में गढ़ने के तौर तरीके भी समझ पाएं, तो हमें गिनने के तौर तरीकों पर भी विचार करना पड़ेगा। क्योंकि हमें यह तो नहीं ही करना चाहिए कि गिनने के तौर तरीकों में संख्याओं को लिखने-पढ़ने के तौर तरीकों में आपस में कोई ताल्लुक ही न हो। इससे बच्चों के दिमाग में गिनने के तौर तरीकों व संख्याओं को लिखने-पढ़ने के बीच एक फांक रह जाएगी, जिसे कुछ बच्चे तो अपने आप भर लेंगे लेकिन कइयों को काफी देर तक इसे भरने में मुश्किल पेश आएगी।

गिनने पर बात करते वक्त हम यह भी देख चुके हैं कि 9 या 10 तक गिनना सिखाते वक्त समूह में गिनने की काबिलियत को भी शामिल करना काफी फायदेमंद रहता है। समूह में गिनने से चीजों को गिनने में और आगे चल कर बिना चीजों की मदद से, मन में गिनने में महारत हासिल करने में मदद मिलती है और हम तेज गति से गिन पाते हैं। लेकिन समूह में गिनने का सिर्फ इतना ही मतलब और यही उपयोगिता नहीं है।

समूह में गिनने की एक वजह यह भी है कि हम तेज गति से गिनना सीखने के साथ-साथ संख्याओं के आपसी संबंधों के बारे में भी समझ को गहरा कर पाते हैं। जैसे 8 को जब दो-दो के समूह में गिनते हैं तो यह भी

समझते हैं कि दो और दो, चार होते हैं, फिर चार और दो, छह होते हैं, इसी तरह छह और दो, आठ होते हैं। इस दौरान अलग-अलग संख्याओं के बीच आपसी संबंधों की समझ को गहरा होने का मौका मिलता रहता है। इस तरह से गिनना सिखाने की एक वजह यह समझ पैदा करना भी है कि चीजों को हर बार एक-एक करके गिनना जरूरी नहीं होता। उन्हें दो-दो या तीन-तीन आदि के समूह में भी गिना जा सकता है। समूह में गिनना शुरू करते ही संख्या के अंदर संख्या की अवधारणा का भी एक मतलब बनने लगता है, जैसे छह में तीन दो होते हैं। समूह में गिनने की इतनी मशकत करवाने की सबसे अहम वजह यह है कि नौ के बाद की सभी संख्याओं को अंकों में लिखने-पढ़ने की बुनियाद एक खास समूह पर रखी जाती है जिसे हम दस का समूह कहते हैं। आज के वक्त में पूरी दुनिया में इस्तेमाल की जाने वाली संख्या पद्धति इसी दस की बुनियाद पर टिकी है। आप इसे दस का दम भी कह सकते हैं। चूंकि 9 से आगे की संख्याओं के लिखने-पढ़ने की बुनियाद दस के दम पर ही टिकी है, इसलिए हमारे लिए यह जरूरी हो जाता है कि गिनने के साथ ही दस के दम की समझ पैदा की जाए। अलग-अलग आकार के समूहों में गिनना सिखाने के बाद दस के समूह में गिनना सिखाना थोड़ा आसान हो जाता है। पारंपरिक तौर पर गिनती सिखाते वक्त दस व उसके बाद की संख्याओं को मौखिक व लिखित तौर पर रटवा कर दस के दम की समझ बनाने के बजाय रटवा-रटवा कर दस का करीब-करीब पूरा दम ही निकाल दिया जाता है। रटवाने की सदियों पुरानी व गहरी जड़ें जमाई हुई परंपरा पर इस बात का भी कोई फर्क नहीं पड़ता कि हमारी कुछ पाठ्यपुस्तकों में दस के दम को सिखाने के क्या तौर-तरीके अपनाए गए हैं।

यहां पर इस बात को समझने की जरूरत है कि यह दस का दम आखिर है क्या? असल में एक-एक करके चीजों को गिनना कुछ संख्याओं के बाद ही उबाऊ व लंबा काम साबित होने लगता है, जिसमें वक्त तो ज्यादा लगता ही है, मेहनत भी ज्यादा लगती है। संभवतः इसीलिए इंसानों ने 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 10-10 आदि के समूहों में गिनना शुरू किया होगा। दुनिया के अलग-अलग समाजों में अलग-अलग तरह की संख्या पद्धतियों को विकास हुआ। दस आधारी पद्धति के विकास की एक बड़ी वजह इंसानी हाथों की दस उंगलियां मानी जाती हैं। हम कल्पना कर सकते हैं कि अगर हमारे हाथों में बारह उंगलियां होतीं तो आज हम बारह आधारी संख्या पद्धति को काम में ले रहे होते। तो दुनिया के अलग-अलग समाजों में अलग-अलग तरह के समूहों में गिन कर व उनके लिए अंकों में लिखने की बहुविध पद्धतियां गढ़ते हुए आखिर में इंसानी समाज इस नतीजे पर पहुंचा कि गिनने व संख्याओं को अंकों में लिखने की सबसे असरदार पद्धति बनाने के लिए दस का समूह सबसे उपयुक्त है। इसीलिए आज के वक्त करीब-करीब पूरी दुनिया में दस आधारी संख्या पद्धति काम में ली जाती है।

दस चीजों या उससे ज्यादा चीजों को गिनते वक्त उनमें अपने आप दस का दम नहीं आ जाता। अगर हम सिर्फ एक-एक करके या खुली चीजें ही गिनते रहें तो वे दस के दम से महरूम ही रहती हैं। उनमें दस का दम पैदा करने के लिए दस चीजों का एक समूह बनाना पड़ता है। भले ही वह दस तीलियों का एक गट्टर हो या दस मोतियों की एक माला हो या दस गुटकों का एक खंभा या डंडा हो। दस चीजों को बंडल में बांधते ही या मोतियों को एक माला में पिरोते ही या दस गुटकों को एक के साथ एक लगा कर एक खंभा बनाते ही उसमें दस का सिर्फ एक मतलब ही नहीं रहता, बल्कि वह दोपरती हो जाता है। जैसे वह दस तीलियों का एक बंडल भी होता है व उसमें दस तीलियां भी होती हैं, या उसमें दस मोती भी होते हैं और दस मोती की एक माला भी होती है, या दस गुटके भी होते हैं और दस गुटकों का एक खंभा भी होता है। दस के बंडल या समूह में दस चीजें तो होती ही हैं उसमें दस के मतलब की एक परत और चढ़ जाती है जिसका मतलब, दस चीजों का एक समूह भी होता है। खुली चीजों को किसी भी तरह से बांधते या पिरोते या आपस में फंसाते ही उनमें दस का दम आ जाता है।

यहां आपका ध्यान इस बात पर भी गया होगा कि जब हम 'दस' बोलते हैं तो उसमें अवधारणा की सिर्फ पहली परत होती है - दस की संख्या। लेकिन जब हम 'दस तीलियों का एक बंडल' बोलते हैं तो उसमें अवधारणा की दो परतें शामिल हो जाती हैं। पहली परत में दस तीलियां हैं और दूसरी परत में दस तीलियों का एक बंडल है। एक परती अवधारणा की समझ के लिए दस खुली बिखरी चीजें गिनना ही काफी है। लेकिन इसे दोपरती अवधारणा में तब्दील करने के लिए दस तीली को गिन कर उनका एक बंडल बना कर यह समझना बेहद जरूरी है कि दस तीलियों का एक बंडल बनता है और इसके साथ ही उस एक बंडल के अंदर अभी भी दस तीलियां होती हैं। अभी यह दस का दम गिनने को आसान बनाता है, आगे चल कर यह संख्याओं को लिखने के काम को एक तरह से आसान व दूसरी तरह से मुश्किल बना देगा। आसान इस तरह से कि दस व आगे की संख्याओं को लिखने वक्त नए अंक नहीं सीखने पड़ेंगे, पुराने अंकों से ही काम चल जाएगा और मुश्किल इस तरह से कि पुराने अंकों की मदद से नई संख्याओं को लिखने के कुछ नियम-कायदे सीखने पड़ेंगे।

1 से 30 तक की संख्याओं को गिनना सिखाने की यह सबसे बड़ी चुनौती है कि बच्चों को खुद के दिमाग में दस की अवधारणा को गढ़ने में किस तरह से मदद की जाए। इस अवधारणा का नाम रटवाना तो आसान है लेकिन किसी अवधारणा का नाम जानना व उसका मतलब समझना दो अलग-अलग बातें होती हैं। सिर्फ अवधारणाओं के नामों को रट लेने भर से वह अवधारणा अपने आप समझ में नहीं आ जाती। उसे समझने के लिए उसका मतलब निकालना पड़ता है। पारंपरिक तौर पर दस व इससे आगे की गिनती सिखाते वक्त कुछ इस तरह से सिखाया जाता है, जैसे

एक एक ग्यारह, एक दो बारह, ..., या

एक और एक ग्यारह, एक और दो बारह, ..., या

दस पे एक ग्यारह, दस पे दो बारह, ..., या

दस और एक ग्यारह, दस और दो बारह, ..., या

एक दहाई एक इकाई ग्यारह, एक दहाई दो इकाई बारह, ... आदि।

संख्या	मौखिक	अर्थ
11	एक और एक ग्यारह	$1+1=2$
12	एक और दो बारह	$1+2=3$

अब तक की गई बातचीत से आपको इन तरीकों की खामियों को पहचानने में मदद मिलेगी। पहले दोनों तरीकों को पढ़ते ही आपको अंदाज हो गया होगा कि ये दोनों तरीके अंकों में लिखी संख्या को रटवाने के लिए ईजाद किए गए हैं। हकीकत में तो एक और एक, दो या एक और दो, तीन होते हैं। साफ है रटवाने की सुविधा के नाम पर इसमें गणितीय अर्थ की तो बलि ही चढ़ा दी गई है। यह अवधारणा का गलत प्रस्तुतीकरण भी है। इसमें पहले एक व दूसरे एक के मतलब में फर्क को मिटा दिया गया है। बच्चों को इससे यह समझने में मुश्किल होती है कि कौनसा एक दस के लिए बोला जा रहा है और कौनसा एक, एक के लिए। फिर इसमें यह समझाने का कोई तरीका भी काम में नहीं लिया जाता है कि ग्यारह के दोनों एक में या बारह के पहले एक और दूसरे दो में क्या फर्क है। इसलिए भी इस तरीके से सीखे कई बच्चे काफी वक्त तक यह नहीं समझ पाते कि 42 में 2 पहले लिखा जाएगा या 4 पहले लिखा जाएगा।

संख्या	मौखिक	अर्थ	
11	दस प एक ज्याद	१	इकाइयां हैं, पर
12	दस प दो बारह	१ १	दहाई गायब

तीसरे व चौथे तरीके में संभवतः 'पे' तथा 'और' का मतलब एक ही है। यह काम अक्सर दो तरीकों से करवाया जाता है। पहला अंकों में लिखी संख्याओं, जैसे, 11, 12 आदि को पढ़वा कर और दूसरा अंकों में अलग-अलग लिखे 10+2 या 10 और 2 को पढ़वा कर। अंकों में लिखी संख्याओं में तो दस अलग से नजर नहीं आता, तो यह माना जा सकता है कि ये संख्याओं के मतलब को समझाने के लिए गढ़े गए होंगे कि इसे सुन कर बच्चे, यह समझ जाएं कि बारह में दस और दो होते हैं। लेकिन ऐसा करते ही इसमें से दस का दम निकल जाता है। क्योंकि लिखित संख्या जैसे 12 में मौखिक दस अपने लिखित रूप 10 में दिखाई नहीं देता। वैसे भी 12 में दस, दस इकाइयां न हो कर दस इकाइयों का एक बंडल यानी एक दहाई है। दूसरे तरीके में दस व बाकी संख्याओं को अलग करने से 12 के मतलब की पहली परत तो बन जाती है कि दस व दो को मिलाने पर बारह बनते हैं, लेकिन दस के समूह कितने बने यानी दस की अवधारणा की दूसरी परत इसमें से गायब हो जाती है।

संख्या	मौखिक	अर्थ	
11	एक दहाई एक इकाई	१ ० १	दहाई है, लेकिन
12	एक दहाई दो इकाई	१ ० २	इकाइयां गायब

पांचवे तरीके में दस के दम का आधा हिस्सा यानी दूसरी परत मौजूद है। यानी एक दहाई है लेकिन उस दहाई में दस होते हैं, यह उसमें से गायब कर दिया गया है। इसकी एक मुश्किल यह भी है कि इकाई व दहाई, दोनों ही दस की दूसरी परत की अवधारणाएं हैं। याद करके देखिए, किसी भी संख्या का नाम दकाई या दहाई नहीं होता। संख्या का नाम अलग होता है और उसमें पाई जाने वाली इकाइयां व दहाइयां अलग होती हैं। यानी इसमें दस की पहली परत की अवधारणाएं गधे के सिर से सींग की तरह गायब कर दी गई हैं। जैसे, एक दहाई में दस इकाइयां होती हैं। या दस इकाइयों से मिल कर एक दहाई बनती है। इसमें अचानक दहाई व दकाई आसमान से टपक पड़ती है और यह पता नहीं चल पाता कि वे बनती कैसे है? भले ही अलग से कभी दस इकाई की एक दहाई बनाई गई हो लेकिन उसे यहां पर न जोड़ने से दोनों के बीच में एक फांक रह जाती है।

यहां पर शायद आपको यह बात खटकी हो कि दहाई तो माना दूसरी परत की अवधारणा है लेकिन इकाई कैसे दूसरी परत की अवधारणा हो गई। इसे समझने के लिए तीन चीजों को समझना जरूरी है। पहली बात, कोई भी संख्या हमेशा इकाइयों में ही होती है। जैसे, पंद्रह में पंद्रह एक होते हैं। इसे हम इस तरह भी कह सकते हैं कि हमारे पास एक-एक की पंद्रह इकाइयां हैं। अगर हम कहते हैं कि मेरे पास पंद्रह अंडे हैं तो इसका मतलब यह होता है कि मेरे पास एक-एक करके अंडों की पंद्रह इकाइयां है। इसी तरह पांच सौ सत्रह में भी उतनी ही इकाइयां होती है। असल में एक भी दो परती अवधारणा होती है। इसकी पहली परत में एक होता है और दूसरी परत में एक इकाई होती है। इसी तरह दस में भी पहली परत में दस इकाइयां होती हैं और दूसरी परत में दस इकाइयों की एक दहाई यानी दहाई की एक इकाई होती है। दहाई की परत को फिर भी हम दस का बंडल बांध कर दिखा देते हैं लेकिन एक पर चढ़ी इकाई की परत को इस तरह से नहीं दिखा सकते। हम सिर्फ किसी एक चीज को इकाई का नाम दे देते हैं।

आप थोड़ा-सा भी सोचें तो यह अंदाजा लगा पाएंगे कि ये सभी तरीके दरअसल गिनना सिखाने के लिए बनाए ही नहीं गए हैं। ये तो चार्ट पर लिखी गिनती को रटना आसान करने के लिए बनाए गए थे। इनसे गिनने की समझ पैदा होने का वहम होता रहता है क्योंकि इसमें दस, एक, दहाई, इकाई आदि शब्दों का इस्तेमाल किया गया है। लेकिन अवधारणा के नामों यानी शब्दों को रट लेने भर से कोई अवधारणा अपने आप समझ नहीं आ जाती। इसीलिए बच्चों की समझ में दस का दम पैदा कर पाना कभी भी इनके बस में था ही नहीं। हां, ये बच्चों के लिए काफी देर तक दस का दम निकालने में जरूर कामयाब रहते हैं।

अब तक आपके मन में यह सवाल उठ ही चुका होगा कि फिर गिनना सिखाने के साथ-साथ दस का दम कैसे पैदा किया जाए और उसके साथ ही साथ आपके मन में दस का दम पैदा करने का थोड़ा बहुत खाका बन भी चुका होगा। अगर हमारे दिमाग में दस के दम को पैदा करने की जरूरत साफ हो जाए तो इसे करना बेहद ही आसान सा काम है। इसके कदम कुछ इस तरह से हो सकते हैं -

पहला, किसी खास मात्रा में चीजों को गिनिए, जैसे ग्यारह, पंद्रह आदि।

दूसरा, उन चीजों में दस का एक बंडल, माला या खंभा बनाइए।

तीसरा, चुनी हुई संख्या में से दस के बंडल/माला/खंभे की संख्या गिनिए और खुली चीजों की संख्या गिनिए।

अंत में यह सवाल पूछिए कि पंद्रह में कुल तीली कितनी, दस के बंडल कितने व खुली तीली कितनी?

एक बार संख्याओं में दस का दम पैदा करना आ जाए तब उसके बाद सीधे ही दस के दम की मदद से संख्याएं बनवाई जानी चाहिए। यानी दस के एक बंडल और चार तीलियों से कौनसी संख्या बनेगी। इस सरल-सी प्रक्रिया से आपको दस का दम पैदा करना और उसकी मदद से संख्याओं को बनाना भी आ जाएगा। ♦

**लेखक परिचय:** करीब 23 वर्षों से प्रारंभिक शिक्षा में शिक्षक शिक्षा, शिक्षण सामग्री एवं पाठ्यपुस्तक निर्माण, शिक्षाक्रम और अनुवाद के क्षेत्र में कार्य। हाल-फिलहाल विभिन्न संस्थाओं के साथ बतौर शैक्षिक सलाहकार कार्यरत हैं।

**संपर्क :** 9414057424; ravikaant@gmail.com