गणित शिक्षण भाग-IV

संख्याएं-गिनना

रवि कांत

'किसी संख्या को जानने का क्या मतलब होता है?' पढ़ कर आपको हंसी आ सकती है कि भला यह भी कोई सवाल हुआ? इसका तो बड़ा आसान-सा जवाब है कि अगर किसी को संख्या को लिखना-पढ़ना आता है तो वह संख्या जानता ही होगा। कुछ व्यक्ति सवाल की सरलता में छिपे हुए टेढ़ेपन की आशंका भांप कर अपने जवाब में यह भी जोड़ देते हैं कि उसे गिनना भी आना चाहिए। कुछ ज्यादा सोचने पर इसमें छोटी/बड़ी संख्या तथा घटता-बढ़ता क्रम भी शामिल कर लिया जाता है।

किसी भी आम इंसान के लिए तो अब तक के जवाब एकदम सही हैं। लेकिन दूसरों को और खास तौर पर बच्चों को संख्या सिखाने का जिम्मा उठाने वाले यानी अध्यापक के लिए ये जवाब पर्याप्त नहीं है। संख्या सिखाने से पहले चिंतनशील अध्यापकों को कई सवालों पर सोचना और तय करना पड़ता है।

जैसे :-

- पहले संख्या को पढ़ना सिखाएं, लिखना या गिनना सिखाएं?
- सिर्फ संख्या को पढ़ना सिखाएं या गिनने के साथ पढ़ना भी सिखाएं?
- सिर्फ संख्या को लिखना सिखाएं या लिखने के साथ गिनना भी सिखाएं?
- सिर्फ देखकर गिनना सिखाएं या हाथ से चीजों को गिनकर गिनना भी सिखाएं?
- लिखी हुई गिनती को देख कर बोलना सिखाएं या सिर्फ सुन कर बोलना सिखाएं या दोनों साथ सिखाएं?
- गिनती को सिर्फ क्रम से सिखाएं या गिनती भी बिना क्रम से भी सिखाएं, बिना क्रम में गिनती बोलना कैसे सिखाएं?
- रोज देख कर गिनती लिखवाएं यानी नकल करवाएं या नहीं?
- रोज गिनती बुलवाएं यानी रटवाएं या नहीं?

आपने गौर किया होगा कि ऊपर पूछे गए सवालों में दो किस्म के सवाल घुले-मिले हैं।

पहला, क्या सिखाएं और क्या न सिखाएं?

दूसरा, कैसे सिखाएं और कैसे न सिखाएं?

और तीसरा सवाल जो इनके पीछे छुपा है कि क्या किसी अवधारणा या उसके किसी पहलू को तथा क्यों किसी खास तरीके को चुने या छोड़ें? यानी तीसरा सवाल क्यों का है जो इन दोनों किस्म के सवालों के जवाब खोजने में मदद करता है।

उपरोक्त सवालों पर अध्यापकों के साथ बातचीत करने पर सबसे पहले सवाल का वे ज्यादातर यह जवाब देते हैं कि सबसे पहले पढ़ना व लिखना सिखाना चाहिए। परम्परा भी इसी बात को मजबूती देती है कि पढ़ना-लिखना सिखाने की शुरुआत अ, आ, ई, ... तथा 1, 2, 3, ... से करनी चाहिए। नतीजन अध्यापकों की निगाह अक्सर इस बात को पहचानने में चूक जाती है कि गिनती को पढ़ना-लिखना और गिनना दो एक दम जुदा-जुदा बातें हैं। दोनों में फर्क करने के लिए सिर्फ इस बात को याद दिलाना काफी होना चाहिए कि हमारे बिना पढ़े-लिखे पुरखे भी गिनती तथा हिसाब-किताब करना जानते थे और मौखिक गिनती भी जानते थे। यह बात साफ होते ही आपके लिए तय करना थोड़ा आसान हो जाता है कि बच्चों को पहले गिनती को पढ़ना-लिखना सिखाया जाए या गिनना-बोलना।

अब हमारे पास संख्या के दो अहम हिस्से हो जाते हैं-

संख्या को गिनना-बोलना और पढ़ना-लिखना।

इन दो अहम हिस्सों को अलग करते ही साल भर संख्या चार्ट की मदद से पढ़ना-लिखना करवाने वाले अध्यापक के सामने यह चुनौती खड़ी हो जाती है कि गिनना-बोलना में क्या सिखाया जाए और कैसे? अगर हम यहां पर गिनती बोलने की बात कर रहे होते तो उसे सिखाना अध्यापक के लिए बड़ा आसान-सा था। किसी भी गिनती जानने वाले बच्चे को खड़ा कर दो। वह जोर-जोर से और क्रम से गिनती बोले और उसके पीछे-पीछे पूरी कक्षा उसे दोहराए ताकि दूर-दूर तक यह संदेश जाए कि स्कूल में पढ़ाई हो रही है। इस बात का एक प्रचलित नाम गिनती बुलवाना यानी गिनती रटवाना भी है।

आप सभी जानते ही हैं कि 'गिनती' शब्द संज्ञा होती है और 'गिनना' क्रिया। तो संज्ञा को क्रिया में बदलते ही अध्यापक के सामने सोचने की मजबूरी हो जाती है। संयोग से 'सोचना' शब्द भी क्रिया ही है।

गिनती बुलवाने में अध्यापकों के सामने साफ होता है कि गिनती के नाम क्रम से बोलना तब तक सिखाना है जब तक गिनती के सभी नाम क्रम से याद न हो जाएं और सीखने वाला उसे उसी क्रम में सुना न दे। चूंकि गिनती के नाम सौ तक नए हैं इसलिए यह भी जरूरी हो जाता है कि सौ तक की गिनती एक साथ सिखाई जाए। अब भले ही इस क्रम में दिन लगे, महीने लगे या साल लगे।

गिनती से जुड़े कुछ बुनियादी सवाल

गिनना-बोलना को संख्या का एक अहम पहलू मानते ही अध्यापक के सामने कुछ और सवाल खड़े हो जाते हैं, जिनका जवाब दिए बिन आगे नहीं बढ़ा जा सकता, पीछे जरूर लौट सकते हैं, यानी गिनती करवाने के काम पर।

- क्या गिनवाएं? - क्यों गिनवाएं?
- कैसे गिनवाएं? - वैसे ही क्यों गिनवाएं?
- क्या एक से सौ तक एक ही तरीके से गिनवाएं या उसे बीच में बदलें, अगर बदलें तो कब और क्यों?
- कब कहेंगे कि बच्चे को गिनना आ गया है?
- कहां तक गिनवाएं? वहीं तक क्यों गिनवाएं?
- किस चीज से गिनवाएं? उसी चीज से क्यों गिनवाएं? यानी उस चीज को चुनने की वजहें क्या हैं? यानी गिनने के लिए किसी साफ चीज को चुनने का आधार/वजह क्या है?

क्यों गिनवाएं?

इन सवालों को पढ़ते वक्त आपका ध्यान दो चीजों पर जरूर गया होगा। पहला, गिनने की बात करते या उसमें जुड़ा सवाल पूछते वक्त हमें गिनती का नाम यानी संख्या-नाम के बारे में सोचने या कुछ कहने-पूछने की जरूरत नहीं बचती। क्योंकि गिनने के साथ-साथ गिनती का नाम इस तरह गुंथा रहता है कि हम संख्या-नाम इस्तेमाल किए बिना गिनने में एक कदम भी नहीं चल सकते। लेकिन इसका उल्टा सही नहीं है। गिनती के नामों को बोलते वक्त हम एक-दो क्या सौ-सौ कदम तक दौड़ लेते हैं और एक बार भी गिनने की जहमत तक नहीं उठाते। यानी आप गिनना, गिनती के नाम से काट कर नहीं सिखा सकते लेकिन गिनती के नामों को गिनने से काट कर करवा सकते हैं। यहां पर गिनती के नाम बुलवाने को करवाना इसलिए कहा जा रहा है क्योंकि उसके साथ गिनती के उन नामों के मतलब को समझने का कोई काम नहीं हो रहा है। अब आप तय कर सकते हैं कि आपको सिर्फ गिनती के नाम रटवाते हैं या गिनने के साथ-साथ गिनती के नाम यानी संख्या-नाम सिखाने हैं ताकि बच्चे गिनती के नामों के साथ-साथ उसके अर्थ को भी समझें। यानी 'क्यों गिनवाएं?' का जवाब यह हो सकता है कि बच्चे हर गिनती के नाम का मतलब समझ कर सीख सकें।

दूसरा, गिनने की बात करते ही आप साल भर तक और कभी कभी दो-पांच साल तक मुंह-जुबानी गिनती के नामों की जुगाली से काम नहीं चला सकते। गिनने में आपको आंख, कान और मुंह के इस्तेमाल के साथ-साथ हाथों का भी इस्तेमाल करना चाहिए। उससे भी काम लेना चाहिए, जिसमें हमारे समाज का वर्चस्वशाली तबका तथा उसमें जकड़ा शैक्षिक तंत्र बचता रहता है।

कैसे गिनवाएं

''क्यों गिनवाएं?'' वाले सवाल का जवाब साफ होते ही आप इस पर सोचना शुरू कर सकते हैं कि ''कैसे गिनवाएं?'' हम जानते हैं कि गिनती के नाम रटवाना तो हम सभी को आता है। लेकिन अगर हम गिनना-बोलना सिखाना चाहते हैं तो इसके लिए हमें यह भी पता लगाना पड़ेगा कि गिनने में किसी इंसान या बच्चे को क्या-क्या आना चाहिए? तभी, उसे कैसे गिनना सिखाएं वाले सवाल का जवाब खोजा जा सकता है। अब तक गिनने में दो चीजें तो बहुत साफ तौर पर उभर कर सामने आ चुकी हैं:-

गिनना और गिनने के साथ-साथ संख्या का नाम बोलना।

क्या इसके अलावा भी गिनने में ध्यान रखने लायक कुछ होता है?

क्रम से और बिना क्रम से गिनना

गिनना-बोलना

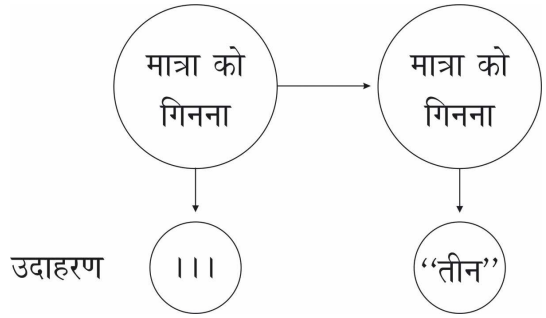
हम जानते हैं कि गिनने में एक क्रम होता है। इसीलिए हम क्रम से गिनना और हर बार गिनने के साथ संख्या का नाम बोलना सिखा सकते हैं। इसके साथ ही यह सवाल भी उठा सकते हैं कि क्या हम हर बार क्रम से ही गिनकर संख्या को इस्तेमाल करते हैं। ऐसा तो होता नहीं। अब हमारे सामने सवाल यह है कि हम बिना क्रम से गिनना सिखाएं या सोच कर छोड़ दें कि यह काम संख्या अपने-आप कर लेगी। कोई व्यक्ति यह कह सकता है कि गिनती बुलवाते/रटवाने में भी तो हम सिर्फ क्रम से गिनती रटवाते हैं तो इसमें बिना क्रम में गिनती व गिनती के नाम सिखाने की जरूरत ही क्या है? इस सवाल पर सोचने पर हमारा ध्यान इस बात की तरफ जाता है कि बिना क्रम के गिनती रटवाना व्यावहारिक नहीं है। आप किसी बच्चे को दो, पांच, नौ, एक, चार आदि रटवा कर देखिए, उसे पता ही नहीं चलेगा कि इन नामों का करना क्या है? इनमें क्रम क्या है? बिना क्रम के गिनती रटवाने की बात करते ही इस काम की निरर्थकता साफ दिखने लगती है। लेकिन आप जब गिनने के साथ गिनती का नाम सिखाते हैं तो उसे बिना क्रम भी सिखा सकते हैं।

क्योंकि गिनती के हरेक नाम के अर्थ को समझने के लिए गिनना जरूरी है और गिनने के लिए चीजों का इस्तेमाल जरूरी है। गिनती बोलने को अर्थ से जोड़ते ही वह सिर्फ मुंह-जुबानी करने वाला काम न रह कर, हाथ से किया जाने वाला काम भी हो जाता है। चीजों को गिनकर हर नाम के अर्थ तक पहुंच बनाई जा सकती है। गिनती रटवाने में आपके पास सिर्फ एक काम सिखाने के लिए था, गिनना-बोलना में आपके पास दो काम हो गए।

- क्रम से (चीजें) गिनना व बोलना।
- बिना क्रम से (चीजें) गिनना व बोलना।

यहां तक पहुंच कर आपके मन में यह सवाल उठ सकता है कि क्या इन दोनों कामों को अच्छे से कर लेने पर गिनना आ जाना मान लिया जाए कि उपरोक्त दोनों कामों को करने वाला गिनकर संख्या नामों को बोलना सीख चुका है। इस काम को हम गिनना-बोलना का नाम दे सकते हैं।

अब तक हमने जो सिखाया उसका खाका इस तरह से बन सकता है।

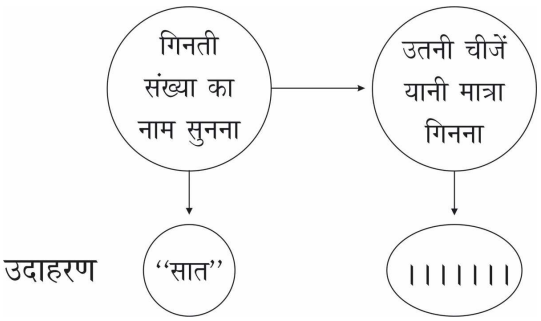


सुनना-गिनना

अगर बच्चे को किसी संख्या का नाम जैसे ''पांच'' सुनाई दे तो इसका मतलब निकालने के लिए उसे क्या करना पड़ेगा? साफ है कि उसे चीजों को गिनकर देखना पड़ेगा कि पांच में कितनी चीजें ली जा सकती हैं। यानी सिर्फ गिन कर संख्या का नाम बोल देना ही काफी नहीं। संख्या का नाम सुन कर उतनी चीजें गिन कर बता पाना भी आना चाहिए। यह काम उसे दोनों तरह से करना आना चाहिए- क्रम से तथा बिना क्रम से। तभी हम कह पाएंगे कि बच्चे को गिनना-बोलना ठीक से आ गया है। तो अब आपके पास दो काम और हो गए-

- क्रम से गिनती सुनना व उतनी चीजें गिनना।
- बना क्रम से गिनती सुनना व उतनी चीजें गिनना।

इसे हम ''सुनना-गिनना'' का नाम भी दे सकते हैं। यानी ठीक से गिनना आना तब मानेंगे जब बच्चा गिनना-बोलना के साथ सुनना-गिनना भी सीख ले। आपका ध्यान इस बात पर भी जा सकता है कि गिनना बोलना को सीखते वक्त भी बच्चा गिनने के तरीके को देख कर गिनना और इसके साथ ही बोली गई संख्या का नाम सुन कर उसे बोलना सीखता है। लेकिन उसमें हमारा जोर इस बात पर रहता है कि वो गिने और संख्या नाम बोले और उसमें उसे देखने-सुनने में मदद मिले। तो सुनना-सीखना के काम में हम बच्चों के दिमाग में एक खाका और गढ़ सकते हैं जो पिछले खाके से उलटा है।



सभी को एक साथ गिनना सिखाने के लिए शिक्षण सामग्री

आपने अब तक इस बात पर भी गौर किया होगा कि चीजों को यानी मात्रा को गिनने का काम शामिल करते ही गिनती रटवाने के एकमात्र नीरस व उबाऊ काम की जगह हमारे पास मौजूद कामों की संख्या चार हो गई है। यानी अब आप गिनना सिखाने के लिए चार प्रकार के काम कर सकते हैं। लेकिन गिनती रटवाने के नीरस काम में चीजों की मदद से मात्रा को गिनने को शामिल करते ही कुछ और सवाल सामने आ खड़े होते हैं। उनमें से कुछ तो सामग्री से जुड़े रहते हैं और कुछ सामग्री को इस्तेमाल करने के तौर तरीके से।

सामग्री का चयन इस बात पर भी निर्भर करता है कि आप उसका इस्तेमाल कैसे करना चाहते हैं? अगर आपकी राय/मान्यता यह है कि सामग्री सिर्फ अध्यापक के पास ही रहनी चाहिए या ज्यादा से ज्यादा दो-चार बच्चों की पहुंच में होनी चाहिए तो आप बेहतर किस्म की महंगी, नाजुक तथा दो-चार बार इस्तेमाल के बाद फेंक दी जाने वाली तथा कुछ के लिए पर्याप्त में सामग्री चुन सकते हैं। लेकिन अगर आप यह सोचते हैं कि गिनने की सामग्री हरेक बच्चे के हाथ में होनी चाहिए तो आप ऐसी सामग्री का चयन करेंगे जो बेहतर किस्म की सस्ती, मजबूत, टिकाऊ तथा हरेक के लिए पर्याप्त मात्रा में हो। तीलियां या सरकंण्डे एक ऐसी ही सामग्री है जिसका इस्तेमाल गिनना सिखाने में किया जा सकता है।

आपका ध्यान इस बात पर भी जरूर गया होगा कि सामग्री और उसके इस्तेमाल में दो तरह की चीजों पर निर्णय लेना पड़ेगा। पहला, सामग्री किसके जिम्मे रहेगी, सिर्फ अध्यापक के, सिर्फ बच्चों के या अध्यापक व बच्चों दोनों के कब्जे में। या सिर्फ बक्सों में ही दफन करेंगे। यानी एक पहलू स्कूल की जायदाद यानी संपत्ति के इस्तेमाल में हिस्सेदारी का है। वह सामग्री जिसके कब्जे में होगी वह उसका इस्तेमाल कर पाएगा। दूसरा उस सामग्री का गणितीय ज्ञान के इस्तेमाल से तथा सीखने संबंधी मान्यता पर निर्भर करता है। अगर अध्यापक यह मानता है कि सामग्री की मदद से गिनने के काम करके दिखा देने भर से बच्चे अपने दिमाग में गणित के ज्ञान का निर्माण कर सकते हैं तो खुद के गिन पाने के लायक सामग्री की व्यवस्था करेगा। उसका इस्तेमाल करेगा और उसे खुद के पास महफूज रखेगा। अगर अध्यापक तथा शैक्षिक तंत्र की मान्यता यह है कि मात्रा की समझ दूसरों द्वारा की जा रही गिनने की क्रिया को देखने के बजाय खुद के हाथों में किसी चीज की मात्रा को गिनने से खुद के दिमाग में बेहतर ढंग से बनती है तो वह हर बच्चे के लिए गिनने के लिए पर्याप्त, मजबूत व टिकाऊ तथा बेहतर किस्म की सामग्री की व्यवस्था करेंगे। यानी आपको सामग्री के मालिकाना हक तथा उसके इस्तेमाल से गणितीय ज्ञान के निर्माण के तरीको के बारे में कोई न कोई निर्णय करना पड़ेगा।

सभी को एक साथ गिनना सिखाने का एक तरीका

अब तक की बातचीत में गिनना सिखाने का जो तरीका सामने आ रहा है वह कुछ इस तरह का है कि अध्यापक चीजों से गिन रहा है और बच्चे भी उसके साथ-साथ या उसके पीछे-पीछे गिन रहे हैं। इसकी भी कई पेचीदगियां हैं जिन पर अलग से विचार किए जाने की जरूरत है। फिलहाल हम अपना ध्यान गिनने पर केन्द्रित करते हैं। हम बड़े तो गिनना जानते हैं। लेकिन अगर हम सामग्री की मदद से गिनना सीखने वाले बच्चों का बारीकी से अवलोकन करें तो बच्चों को आने वाली कई मुश्किलों को देख सकते हैं। जिसे अक्सर सही गिनने की शर्तों के तौर पर भी जाना जाता है। जैसे-

1. किसी चीज को छोड़ देना - अक्सर बच्चे इस बात को भूल जाते हैं कि उन्हें किसी समूह की हरेक चीज को गिनना है। जब वे पांच चीजों में किसी चीज को गिनना छोड़ देते हैं तो वे उसे तीन/चार गिन सकते हैं।
2. किसी चीज को दो बार गिन लेना - कभी-कभी बच्चे तेजगति से संख्या नाम बोलते हैं ओर धीमी गति से गिनते हैं तब भी ऐसा हो जाता है। कभी-कभी वे एक ही चीज को भी दो बार गिन लेते हैं।

3. क्रम में गिनते वक्त संख्या के नामों को तयशुदा क्रम में बोलना। यानी एक, दो, तीन, ...

इन तीनों को मिलाने से सही तरह से गिनने की पहली शर्त बनती है- हरेक चीज को सिर्फ और सिर्फ एक बार गिनना और उसके साथ एक संख्या नाम बोलना।

4. समूह की किसी भी चीज में गिनने की शुरुआत करना। चीजों में तो ऐसा होता है कि आप किसी भी चीज से गिनना शुरू कर दें। चित्रों में गिनते वक्त इस पर ध्यान देने की जरूरत पड़ती है।

5. यह समझाना कि किसी समूह की चीजों को गिनते वक्त अंतिम चीज को गिन कर बोली गई संख्या का नाम पूरे समूह की कुल चीजों की संख्या को दर्शाता है।

अगर कोई गिनते वक्त इन सभी बातों का ध्यान रखता है तो हम कह सकते हैं कि उसे ठीक से गिनना आता है।

आप देख सकते हैं कि अभी तक हम गिनने की ही बात कर रहे हैं। अभी भी गिनने से जुड़ी बातें पूरी नहीं हुई हैं। इस लेख में गिनने के मतलब पर यानी संख्या के अर्थ पर बात की गई है। यानी हमने संख्या के अर्थ व उससे जुड़े दो पहलुओं- मात्रा, संख्या नाम को गहराई से समझने की कोशिश की है, अभी इसका तीसरा पहलू- संख्या अंक तथा मात्रा व संख्या नाम के साथ उसके संबंधों को समझना बाकी है। इसके साथ ही एक संख्या का एक दूसरा बड़ा पहलू अभी भी हमारी पहुंच से बाहर है, वह है- संख्याओं के आपसी संबंध। संख्याओं के आपसी संबंधों को समझे बिना संख्याओं की व्यापक समझ मुमकिन नहीं और उसे आगे गहरा करना भी मुमकिन नहीं है। इन चीजों पर अगले लेखों में बारी-बारी से बात करेंगे। ◆

लेखक परिचय : करीब 26 वर्षों से प्रारंभिक शिक्षा में शिक्षक-शिक्षा, शिक्षण-सामग्री एवं पाठ्यपुस्तक निर्माण, शिक्षाक्रम और अनुवाद के क्षेत्र में कार्य। आजकल विभिन्न संस्थाओं के साथ बतौर शैक्षिक सलाहकार कार्यरत हैं।

संपर्क : 9414057424; ravikaant@gmail.com